

*Paweł Dykas\**

*Tomasz Misiak\*\**

## **ZRÓŻNICOWANIE WYDAJNOŚCI PRACY W POLSCE NA POZIOMIE POWIATÓW**

### **WPROWADZENIE**

Głównym celem opracowania jest przede wszystkim oszacowanie funkcji wydajności pracy na poziomie powiatów (dla całej Polski oraz wewnątrzregionalnie) i na tej podstawie weryfikacja hipotez, iż poszczególne regiony w Polsce istotnie różnią się co do elastyczności wydajności pracy względem technicznego uzbrojenia pracy oraz istotnie zróżnicowana jest stopa postępu technicznego. W ramach weryfikacji hipotez zawartych w celu głównym dokonano również analizy przestrzennego zróżnicowania wydajności pracy w Polsce na poziomie powiatów w latach 2002–2009 jak również opisowej analizy zróżnicowania głównych determinant wydajności pracy przyjętych w niniejszym opracowaniu tj. technicznego uzbrojenia pracy czy stóp postępu technicznego w sensie Hicksa. Tak sformułowany cel artykułu oraz weryfikacja wynikających z niego tez mogą zatem stanowić istotną informację zarówno dla potencjalnych przedsiębiorców zainteresowanych inwestycjami w poszczególnych regionach a także być użytecznym materiałem empirycznym dla decydentów w sferze polityki gospodarczej lub regionalnej chociażby w kontekście wyrównywania poziomu rozwoju regionów<sup>1</sup>. Analizy prowadzono w oparciu o dane policzone dotyczące PKB na poziomie powiatów, gdyż GUS nie publikuje wielkości tego wskaźnika w ujęciu lokalnym. Zatem dane dotyczące PKB zdezagregowano z poziomu wojewódzkiego na powiatowy korzystając z następującej procedury:

---

\* Mgr, Katedra Ekonomii Matematycznej, Instytut Ekonomii i Zarządzania, Uniwersytet Jagielloński.

\*\* Dr, Katedra Ekonomii, Politechnika Rzeszowska oraz Wyższa Szkoła Handlowa w Kielcach – Wydział Zamiejscowy w Tarnobrzegu.

<sup>1</sup> Autorzy w niniejszym opracowaniu nie podejmują prób formułowania rekomendacji dla polityki gospodarczej, a jedynie dostarczają materiał empiryczny, który może stanowić podstawę dla takich rekomendacji.

1. W oparciu o dane wojewódzkie oszacowano MNK parametry równań regresji postaci:

$$\ln y_{it} = \alpha + \beta \ln x_{it},$$

gdzie:

$y_{it}$  – PKB w  $i$ -tym województwie ( $i=1,2,\dots,16$ ) w roku  $t$  ( $t=2002, 2003, \dots, 2009$ ), wartości  $x_{it}$  (kolejno) produkcji sprzedanej, wartości brutto środków trwałych i inwestycji w województwie  $i$  w roku  $t$ .

Oszacowania te przedstawiają się następująco (pod estymatorami podano statystyki t-Studenta):

$$\ln y_{it} = 2,383 + 0,825 \ln x_{it}, \quad \text{skor. } R^2 = 0,923$$

(10,816)    (39,095)

(w przypadku produkcji sprzedanej),

$$\ln y_{it} = 1,271 + 0,888 \ln x_{it}, \quad \text{skor. } R^2 = 0,967$$

(7,974)    (61,029)

(w przypadku wartości brutto środków trwałych)

oraz

$$\ln y_{it} = 4,279 + 0,793 \ln x_{it}, \quad \text{skor. } R^2 = 0,946$$

(30,127)    (47,361)

(w przypadku inwestycji).

2. W oparciu o uzyskane oszacowania dokonano wstępnego „przeliczenia” produkcji sprzedanej, wartości brutto środków trwałych i inwestycji na szczeblu powiatów (korzystając z danych powiatowych dotyczących tych zmiennych makroekonomicznych) na PKB na szczeblu powiatów.
3. Uzyskane oszacowania PKB na szczeblu powiatów uśredniono średnią geometryczną.
4. Uśrednione oszacowania powiatowego PKB zbilansowano z PKB wojewódzkim w ten sposób, że policzono udziały oszacowanych powiatowych PKB w PKB danego województwa a następnie obliczone udziały przemnożono przez rzeczywiste (czyli publikowane przez GUS) wielkości wojewódzkiego PKB.

Dalsze rozważania prowadzone w opracowaniu na poziomie lokalnym stanowią nawiązanie do analiz prowadzonych na poziomie regionalnym m.in. w pracach Tokarskiego, Roszkowskiej, Gajewskiego<sup>2</sup>, Tokarskiego<sup>3</sup> czy Kwiatkowskiego, Tokarskiego<sup>4</sup>.

---

<sup>2</sup> T. Tokarski, S. Roszkowska, P. Gajewski, *Regionalne zróżnicowanie łącznej produktywności czynników produkcji w Polsce*, „Ekonomista” 2005, nr 2.

Struktura artykułu przedstawia się następująco. W części drugiej przedstawiono zróżnicowanie analizowanych w pracy zmiennych makroekonomicznych na poziomie lokalnym. W trzeciej części opracowania znajdują się wyniki oszacowań parametrów funkcji wydajności pracy na poziomie powiatów dla całej Polski oraz wewnątrzregionalnie. W ostatniej części znajduje się podsumowanie oraz ważniejsze wnioski wynikające z prowadzonych analiz.

## **PRZESTRZENNE ZRÓŻNICOWANIE WYDAJNOŚCI PRACY ORAZ TECHNICZNEGO UZBROJENIA PRACY W POLSCE<sup>5</sup>**

W tej części opracowania podjęta zostanie próba empirycznej analizy przestrzennego zróżnicowania wydajności pracy rozumianej jako stosunek PKB do pracujących oraz technicznego uzbrojenia pracy będącego wielkością środków trwałych w przedsiębiorstwach na pracującego w Polsce, w latach 2002–2009<sup>6</sup>. Dane dotyczące PKB dla województw, wartości brutto środków trwałych w przedsiębiorstwach oraz pracujących pochodzą z banku danych lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego.

### **WYDAJNOŚĆ PRACY**

Na mapach 1–2 oraz tabeli 1 przedstawiona została wydajność pracy w Polsce w latach 2002–2009. Z owych map i tabeli wyciągnąć można następujące wnioski:

- Najwyższy poziom wydajności pracy (przekraczający 200% średniej wartości wydajności pracy w Polsce) występował w powiatach: plockim grodzkim (mazowieckie 312%), polickim (zachodniopomorskie 286,5%), bełchatowskim (łódzkie 283,6%), zgorzeleckim (dolnośląskie 264,9%), piaseczyńskim (mazowieckie 264,4%), ostrołęcki grodzki (mazowieckie 241,9%), szczecinecki (zachodniopomorskie 231,7%), polkowicki

---

<sup>3</sup> T. Tokarski, *Statystyczna analiza regionalnego zróżnicowania wydajności, zatrudnienia i bezrobocia w Polsce*, Wydawnictwo PTE, Warszawa 2005 oraz T. Tokarski, *Oszacowanie regionalnych funkcji produkcji*, „Wiadomości Statystyczne” 2008, nr 10.

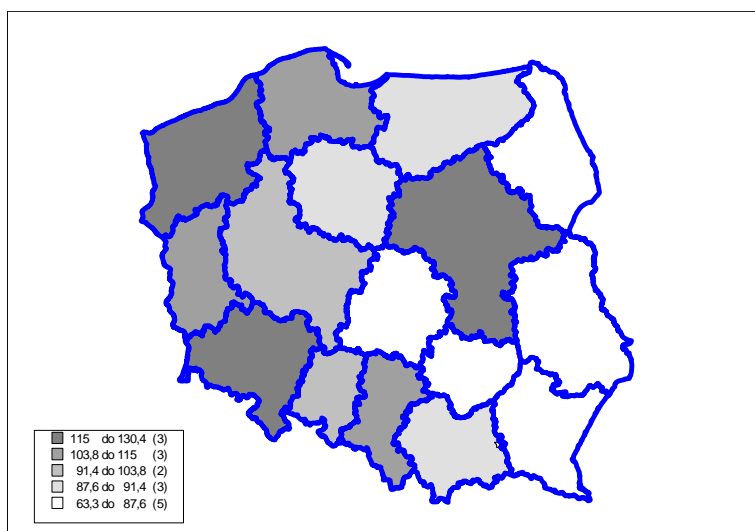
<sup>4</sup> E. Kwiatkowski, T. Tokarski, *Determinanty przestrzennego zróżnicowania wydajności pracy*, „Wiadomości Statystyczne” 2009, nr 10.

<sup>5</sup> Analizy zróżnicowania na poziomie regionalnym spotkać można np. w opracowaniu L. Zienkowskiego, *Zróżnicowania regionalne: małe czy duże, rosną czy maleją?*, „Ekonomista” 2003, nr 4.

<sup>6</sup> Wybór okresu objętego analizą wynikał z dostępności odpowiednich danych statystycznych dostępnych na stronie internetowej: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

(dolnośląskie 229,2%), kozienicki (mazowieckie 216,9%), kwidziński (pomorskie 207,5%) oraz Tychach (śląskie 207,3%).

- W grupie powiatów o najwyższym poziomie wydajności pracy dominowały powiaty z województw: mazowieckiego (16), śląskiego (12), dolnośląskiego (9) oraz zachodniopomorskiego (8). Również w tych województwach występował najwyższy poziom rozważanej zmiennej makroekonomicznej i był wyższy niż w Polsce (przeciętnie w latach 2002–2009, w cenach stałych z 2010 roku) o: 30,3%; 12%; 15% oraz 18,2% odpowiednio.
- Wysoki stosunek PKB do pracujących występował w powiatach: rybnickim grodzkim (śląskie), bielskim (śląskie), stargardzkim (zachodniopomorskie), bolesławieckim (dolnośląskie), Katowicach (śląskie) oraz siedleckim grodzkim (mazowieckie).



**Mapa 1. Przestrzenne zróżnicowanie wydajności pracy w województwach, ceny stałe z 2010 r. (Polska=100)**

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

- Wysoki poziom wydajności pracy najczęściej występował w powiatach województw: śląskiego (10), wielkopolskiego (9), dolnośląskiego (9) pomorskiego (7) oraz zachodniopomorskiego (7).
- Natomiast średnia wartość wydajności pracy występowała w powiatach: bydgoskim grodzkim (kujawsko-pomorskie), białostockim grodzkim

(podlaskie), strzelecko-drezdeńskim (lubuskie), wrocławskim grodzkim (dolnośląskie), legnickim (dolnośląskie) oraz lubelskim grodzkim (lubelskie). Średnia wartość wydajności pracy występowała najczęściej w powiatach województw: wielkopolskiego (12), łódzkiego (7) oraz mazowieckiego (7).

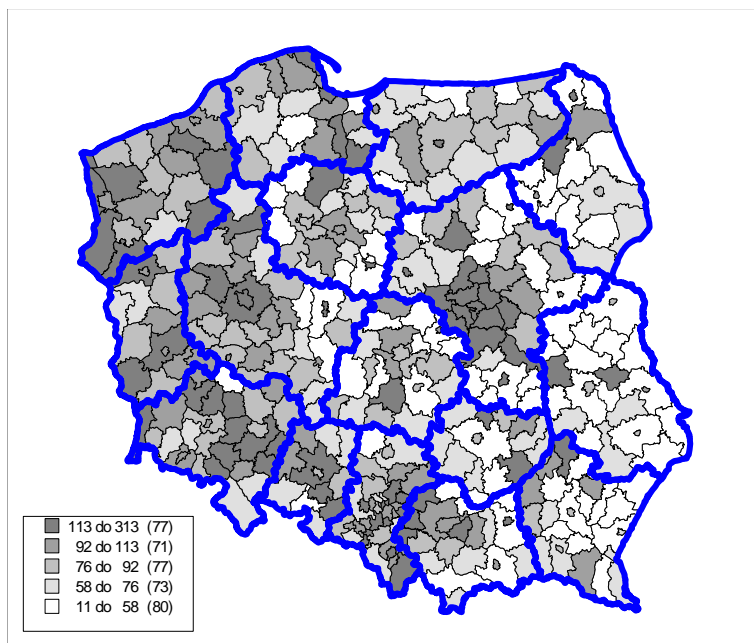
- Niska wartość wydajności pracy występowała w powiatach: mogileńskim (kujawsko-pomorskie), siemiatyckim (podlaskie), cieszyńskim (śląskie), płockim (mazowieckie), złotoryjskim (dolnośląskie), koneckim (świętokrzyskie) oraz elbląskim (warmińsko-mazurskie). Niska wartość występowała głównie w powiatach województw: warmińsko-mazurskiego (9), śląskiego (7) oraz kujawsko pomorskiego (7).

**Tabela 1.**

**Zróźnicowanie liczby powiatów w grupach kwintylowych ze względu na wydajność pracy w latach 2002–2010, ceny stałe z 2010 roku, (Polska=100)**

Województwo	Grupa kwintylowa				
	Pierwsza 56,8	Druga 75,4	Trzecia 90,4	Czwarta 112,8	Piąta
łódzkie	6	6	7	4	1
mazowieckie	12	4	7	3	16
małopolskie	6	5	2	4	5
śląskie	1	7	6	10	12
lubelskie	14	3	3	2	2
podkarpackie	11	5	4	4	1
podlaskie	8	4	1	2	2
świętokrzyskie	3	6	2	1	2
lubuskie	0	1	5	5	3
wielkopolskie	3	6	12	9	5
zachodniopomorskie	0	1	5	7	8
dolnośląskie	1	4	6	9	9
opolskie	1	4	2	2	3
kujawsko-pomorskie	5	7	6	3	2
pomorskie	2	4	3	7	4
warmińsko-mazurskie	3	9	5	3	1

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).



**Mapa 2. Przestrzenne zróżnicowanie wydajności pracy w powiatach w latach 2002–2009, ceny stałe z 2010 r. (Polska=100)**

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

- Zdecydowanie najniższa wartość owej zmiennej makroekonomicznej (nie przekraczająca 25% średniej wartości wydajności pracy w Polsce w rozważanym okresie) występowała w powiatach: kazimierskim (świętokrzyskie 11,2%), przemyskim (podkarpackie 18,7%), koleneńskim (podlaskie 20,1%), proszowickim (małopolskie 20,1%), sejneńskim (podlaskie 21%), strzyżowskim (podkarpackie 23,3%), buskim (świętokrzyskie 23,6%) oraz chełmskim (lubelskie 24,4%).
- Wśród powiatów o najniższej wartości stosunku PKB do pracujących przeważały powiaty województw: lubelskiego (14), mazowieckiego (12) oraz podkarpackiego (11). Natomiast najniższa wartość rozważanej zmiennej występowała w województwach (Polska=100): lubelskim (63,4%), podkarpackim (70,6%), podlaskim (70,9%) oraz świętokrzyskim (73%).

## TECHNICZNE UZBROJENIE PRACY

Analizując natomiast przestrzenne zróżnicowanie technicznego uzbrojenia pracy w Polsce, w latach 2002–2009 wyciągnąć można następujące wnioski (por. mapy 3–4 oraz tabelę 2):

- Najwyższym poziomem technicznego uzbrojenia pracy charakteryzowały się powiaty: bełchatowski (łódzkie 361,1%), płocki grodzki (mazowieckie 299,4%), polkowicki (dolnośląskie 291,7%), wrocławski (dolnośląskie 277,9%), Tychy (śląskie 270%), zgorzelecki (dolnośląskie 263,3%), szczecinecki (zachodniopomorskie 236,6%), oławski (dolnośląskie 228,7%), gdańskim grodzkim (pomorskie 227,8%), piaseczyński (mazowieckie 226%) oraz Warszawie (mazowieckie 211%).

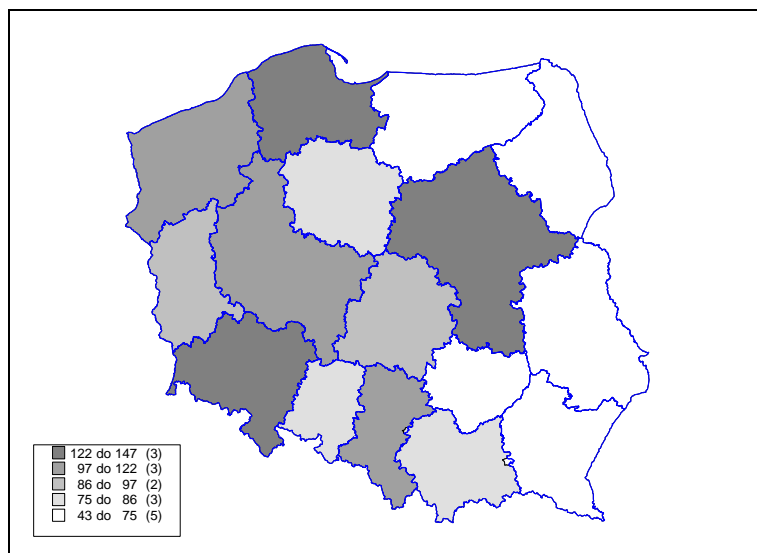
**Tabela 2.**

**Zróżnicowanie liczby powiatów w grupach kwintylowych ze względu na techniczne uzbrojenie pracy, ceny stałe z 2010 roku, Polska=100**

Województwo	Grupa kwintylowa				
	Pierwsza 36,9	Druga 56,4	Trzecia 52,8	Czwarta 103,6	Piąta
łódzkie	7	5	4	5	3
mazowieckie	14	6	3	10	9
małopolskie	3	7	5	4	3
śląskie	0	1	7	13	15
lubelskie	16	5	0	2	1
podkarpackie	9	7	4	5	0
podlaskie	6	5	3	3	0
świętokrzyskie	3	5	4	1	1
lubuskie	0	2	4	3	5
wielkopolskie	4	5	14	9	3
zachodniopomorskie	1	3	6	2	9
dolnośląskie	1	7	1	8	12
opolskie	1	2	4	3	2
kujawsko-pomorskie	5	7	4	3	4
pomorskie	2	3	5	3	7
warmińsko-mazurskie	4	6	7	2	2

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

- Powiaty o najwyższym poziomie rozważanej zmiennej najczęściej występowały w województwach: śląskim (15), dolnośląskim (12), mazowieckim (9) oraz zachodniopomorskim (9).
- Wysoka wartość środków trwałych na pracującego występowała w powiatach: zielonogórskim grodzkim (lubuskie), rzeszowskim grodzkim (podkarpackie), tczewskim (pomorskie), tarnobrzeskim (podkarpackie), żyrardowskim (mazowieckie), Zabrze (śląskie), pilskim (wielkopolskie), lubińskim (dolnośląskie) oraz kozienickim (mazowieckie).



**Mapa 3. Przestrzenne zróżnicowanie technicznego uzbrojenia pracy w województwach, w latach 2002–2009, ceny stałe z 2010 r. (Polska=100)**

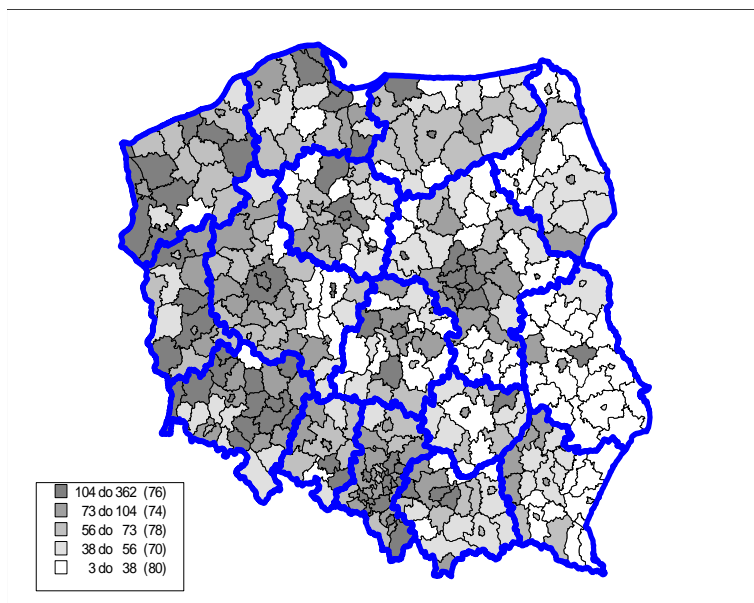
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

- W województwach: śląskim (13), mazowieckim (10), wielkopolskim (9) oraz dolnośląskim (8) najczęściej występowały powiaty o wysokim, natomiast w województwach wielkopolskim (14) oraz warmińsko-mazurskim (7) o średnim poziomie technicznego uzbrojenia pracy.
- W powiatach: wysokomazowieckim (podlaskie), złotowskim (wielkopolskie), kłobuckim (śląskie), bielskim podlaskim (podlaskie), nakielskim (kujawsko-pomorskie), gostynińskim (mazowieckie), łańcuckim (podkarpackie), hajnowskim (podlaskie), nowotarskim (małopolskie), skierniewickim (łódzkie), pleszewskim (wielkopolskie) oraz zambrowskim (podlaskie)



występowało niskie (od 37% do 40%, średniej wartości dla Polski w latach 2002–2010) techniczne uzbrojenie pracy.

- Wśród powiatów o niskim stosunku środków trwałych do liczby pracujących dominowały powiaty z województw: małopolskiego (7), podkarpackiego (7), dolnośląskiego (7) oraz kujawsko-pomorskiego (7). Natomiast najniższy poziom technicznego uzbrojenia pracy najczęściej występował w województwach: lubelskim (16), mazowieckim (14) oraz podkarpackim (9).



**Mapa 4. Przestrzenne zróżnicowanie technicznego uzbrojenia pracy w powiatach w latach 2002–2010, ceny stałe z 2010 r. (Polska=100)**

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www.gus.gov.pl](http://www.gus.gov.pl).

- Zdecydowanie najniższym (nie przekraczającym 15%, przeciętnej wartości rozważanej zmiennej dla Polski) poziomem technicznego uzbrojenia pracy charakteryzowały się powiaty: kazimierski (świętokrzyskie 3,5%), kolneński (podlaskie 10,3%), zwoleński (mazowieckie 10,9%), strzyżowski (podkarpackie 11,3%), proszowicki (małopolskie 11,3%), chełmskim (lubelskie 11,8%), sejneński (podlaskie 11,9%), janowski (lubelskie 12,4%) oraz żuromiński (mazowieckie 12,9%).

## OSZACOWANIA PARAMETRÓW FUNKCJI WYDAJNOŚCI PRACY NA POZIOMIE POWIATÓW

W tym punkcie opracowania podjęto próbę oszacowania parametrów funkcji produkcji na poziomie powiatów dla całej Polski oraz wewnątrz województw. Z tego powodu, funkcję produkcji typu Cobba-Douglasa daną wzorem<sup>7</sup>:

$$Y_{it} = f(K_{it}, L_{it}) = Ae^{gt} (K_{it})^{\alpha} (L_{it})^{1-\alpha}, \quad (1)$$

można zaimplementować na poziom lokalny, gdzie:

$Y_{it}$  to wielkość produkcji (oszacowana z poziomu regionalnego PKB w tys. zł w cenach stałych z 2010 roku) powiatu  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, 379$ ) lub  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, n$ , gdzie  $n$  to liczba powiatów w danym województwie) w roku  $t$  ( $t=2002, 2003, \dots, 2009$ ),

$Ae^{gt} > 0$  oznacza łączną produktywność czynników produkcji w roku  $t$  która mierzy poziom zaawansowania technicznego<sup>8</sup>,

$K_{it}$  to nakłady kapitału rzeczowego (wartość brutto środków trwałych w tys. zł w cenach stałych z 2010 roku) w powiecie  $i$  w roku  $t$ ,

$L_{it}$  to wielkość zatrudnienia (w tys. pracujących) w powiecie  $i$  w roku  $t$ ,

$T$  to zmienna czasowa przyjmująca wartości  $t = 2002, 2003, \dots, 2009$ ,

$g$  to stopa postępu technicznego, będąca stopą wzrostu łącznej produktywności czynników produkcji<sup>9</sup>,

$\alpha$  oraz  $1-\alpha$  to elastyczności produkcji  $Y_{it}$  względem nakładów odpowiednio  $K$  oraz  $L$  w powiecie  $i$  w roku  $t$ .

<sup>7</sup> Por. T. Tokarski, *Oszacowanie regionalnych funkcji produkcji*, „Wiadomości Statystyczne” 2008, nr 10, s. 44–45 oraz E. Żółkowska, *Funkcja produkcji. Teoria, estymacje, zastosowania*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1997.

<sup>8</sup> Parametr  $A > 0$  oznacza łączną produktywność czynników produkcji w roku  $t=0$  wynika to stąd, że jeżeli łączną produktywność czynników produkcji definiowana jest jako produkt, który mógłby być wytworzony przy jednostkowych nakładach kapitału oraz pracy w roku  $t$ , to  $Y_{i0} = (1,1) = Ae^0 = A$ . Szerzej na temat całkowitej produktywności czynników produkcji jej właściwości oraz sposobów mierzenia patrz np. *Gospodarka oparta na wiedzy*, W. Welfe (red.), PWE Warszawa 2007.

<sup>9</sup> Analizowaną w opracowaniu stopę postępu technicznego należy rozumieć jako stopę postępu w sensie Hicksa, a więc jako stopę wzrostu produkcji, którą uzyskano przy stałych nakładach kapitału rzeczowego (w opracowaniu wartość środków trwałych brutto) oraz przy stałych nakładach pracy.

Logarytmując stronami logarytmem naturalnym funkcję produkcji na poziomie lokalnym daną wzorem (1) otrzymano funkcję postaci:

$$\ln(Y_{it}) = \ln(A) + gt + \alpha \ln(K_{it}) + (1 - \alpha) \ln(L_{it}) . \quad (2)$$

Następnie odejmując od obu stron równania (2)  $\ln(L_{it})$  można dojść do zależności:

$$\ln\left(\frac{Y_{it}}{L_{it}}\right) = \ln(A) + gt + \alpha \ln\left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right) , \quad (3)$$

gdzie  $\frac{Y_{it}}{L_{it}}$  to wydajność pracy a  $\frac{K_{it}}{L_{it}}$  to techniczne uzbrojenie pracy w powiecie  $i$  w roku  $t$ .

Z zależności (3) wynika, iż poziom wydajności pracy determinowany jest przez: wyjściowy poziom produktywności czynników produkcji, stopę postępu technicznego oraz od technicznego uzbrojenia czynników produkcji na poziomie lokalnym.

Bazując na powyższych zależnościach oszacowano dla danych powiatowych parametry następującego równania:

$$\ln\left(\frac{Y_{it}}{L_{it}}\right) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \ln\left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right) , \quad (4)$$

gdzie

$\alpha_0$  to logarytm naturalny z łącznej produktywności czynników produkcji w roku  $t = 0$ ,

$\alpha_1$  to parametr określający stopę wzrostu łącznej produktywności czynników produkcji (stopę postępu technicznego),

$\alpha_2$  określa siłę wpływu technicznego uzbrojenia pracy na wydajności pracy na poziomie powiatowym.

W tak zdefiniowanym równaniu zakłada się taki sam poziom łącznej produktywności czynników produkcji we wszystkich powiatach w Polsce lub w poszczególnych województwach. Założenie to wydaje się jednak zbyt restrykcyjne. Z tego powodu w opracowaniu równanie (4) rozszerzono stosując procedurę dywersyfikacji stałej (*fixed effect*)<sup>10</sup>. Zatem równanie (4) można zapisać następująco<sup>11</sup>:

<sup>10</sup> Szerzej na temat procedury uzmienniania stałej (*fixed effect*) patrz np. R. S. Pindyck, D. L. Rubinfeld, *Econometric Models and Economic Forecast*, McGraw-Hills, New York 1991, s. 223–226.

<sup>11</sup> Porównaj też E., Kwiatkowski, T. Tokarski, *Determinanty przestrzennego zróźnicowania wydajności pracy*, „Wiadomości Statystyczne” 2009, nr 10, s. 42–46.

$$\ln\left(\frac{Y_{it}}{L_{it}}\right) = \alpha_0 + \sum_{j=2}^{379} \phi_j d_j + \alpha_1 t + \alpha_2 \ln\left(\frac{K_{it}}{L_{it}}\right), \quad (5)$$

gdzie

$d_j$  to zmienna zerojedynkowa dla każdego  $j$ -tego powiatu niegazowego,

$\alpha_0$  to logarytm naturalny z łącznej produktywności czynników produkcji w roku  $t = 0$  dla powiatu bazowego,

$\alpha_0 + \phi_j$  to logarytm naturalny z łącznej produktywności czynników produkcji w roku  $t = 0$  w  $j$ -tym powiecie niebazowym. Pozostałe parametry równania (5) interpretuje się analogicznie jak w równaniu (4).

Parametry równań (4) i (5) estymowano dwoma metodami: Metodą Najmniejszych Kwadratów (dalej MNK) oraz z wykorzystaniem zmiennych instrumentalnych stosując Uogólnioną Metodę Momentów (dalej UMM). Oszacowania lokalnych funkcji wydajności pracy przeprowadzono dwuetapowo. W pierwszym etapie uwzględniono wszystkie 379 powiatów Polski, a zatem uzyskano uśrednione wielkości elastyczności wydajności pracy względem technicznego uzbrojenia pracy oraz średnie stopy postępu technicznego dla całej Polski na poziomie powiatów. Natomiast w drugim etapie estymowano parametry równań (4) i (5) wewnątrzregionalnie na poziomie powiatów. Taki podział pozwoli zaobserwować jak kształtowała się elastyczność wydajności pracy w poszczególnych regionach względem technicznego uzbrojenia pracy oraz jakie było zróżnicowanie stopy wzrostu całkowitej produktywności czynników produkcji między regionami na poziomie powiatów. Wyniki oszacowań parametrów równań (4) i (5) ww. metodami estymacji zestawiono w tabelach 3–4.

Z oszacowań równań (4) i (5) zestawionych w tabeli 3 wynika, iż wszystkie oszacowane parametry metodami MNK i UMM są istotne statystycznie. Uzyskane wartości elastyczności lokalnych funkcji wydajności pracy względem technicznego uzbrojenia pracy kształtują się między 0,55 w oszacowaniach metodą MNK z wykorzystaniem procedury *fixed effect* a 0,61 w estymacjach MNK, w których nie stosowano procedury dywersyfikacji stałej. W przypadku zastosowania metody UMM uzyskano elastyczności mieszczące się w przedziale wyników oszacowań MNK. W tym przypadku elastyczność wydajności pracy względem technicznego uzbrojenia pracy wyniosła prawie 0,6 stosując UMM i 0,56 stosując UMM z wykorzystaniem procedury dywersyfikacji stałej.

Tabela 3.

## Oszacowane parametry równań (4) i (5) dla wszystkich powiatów w Polsce

Zmienna objaśniająca	MNK	MNK z Fixed Effect	UMM	UMM z Fixed Effect
stała	<b>-48.81024</b> (0.0000)	<b>-52.47450</b> (0.0000)	<b>-49.54827</b> (0.0000)	<b>-50.78233</b> (0.0000)
t	<b>0.023982</b> (0.0000)	<b>0.025626</b> (0.0000)	<b>0.024328</b> (0.0000)	<b>0.024792</b> (0.0000)
$\ln(K/L)$	<b>0.613583</b> (0.0000)	<b>0.550334</b> (0.0000)	<b>0.595341</b> (0.0000)	<b>0.563613</b> (0.0000)
Powiat bazowy	-	Warszawa	-	Warszawa
R <sup>2</sup>	0.786021	0.952336	0.781111	0.954692
Skor. R <sup>2</sup>	0.785880	0.945504	0.780946	0.947114
Liczba obserwacji	3032	3032	2653	2653
liczba instrumentów	-	-	4	382
f-statistic lub J-statistic*	5563.294 (0.000000)	139.3884 (0.000000)	209.5004 (0.000000)	77.11865 (0.000000)

W nawiasach podano poziom istotności oszacowanych parametrów.

\*f-statistic podano dla oszacowań metodą MNK, natomiast J-statistic podano dla metody UMM.

W przypadku metody UMM zastosowano następujące instrumenty: stała, zmienna czasowa oraz opóźnione o jeden okres wydajność pracy i techniczne uzbrojenie pracy.

Zbliżone co do wielkości stopy postępu technicznego w sensie Hicksa uzyskano zarówno w oszacowaniach MNK jak i UMM. Stopy te kształtowały się na poziomie 2,4%–2,6% rocznie. Warto w tym miejscu podkreślić, iż oszacowane wielkości postępu technicznego na poziomie powiatów są porównywalne z wynikami analogicznych stóp postępu technicznego uzyskiwanymi dla estymacji czy to na poziomie regionalnym czy to na poziomie krajów. Dla porównania w wybranych analizach innych autorów otrzymano następujące wyniki stóp postępu technicznego w sensie Hicksa: Tokarski<sup>12</sup> – 2% dla Polski na poziomie regionalnym, Roszkowska<sup>13</sup> 1,7% dla Polski na poziomie regionalnym, Żółkiewski Kolasa<sup>14</sup> 3,1-3,6% dla Polski, Hsieh<sup>15</sup> oraz Young<sup>16</sup>:

<sup>12</sup> T. Tokarski, *Oszacowanie regionalnych funkcji produkcji*, „Wiadomości Statystyczne” 2008, nr 10.

<sup>13</sup> S. Roszkowska, *Kapitał ludzki a wzrost gospodarczy w Polsce w ujęciu regionalnym*, [w:] *Unia Europejska w kontekście strategii lizbońskiej i gospodarki opartej na wiedzy*, E. Okoń-Horodyńska, K. Piech (red.), Instytut Wiedzy i Innowacji, Warszawa 2006.

<sup>14</sup> Z. Żółkiewski, M. Kolasa, *The Total Factor Productivity and the Potential Product in Poland 1992–2002*, NBP Conference: Potential Output and Barriers to Growth, Zalesie Górne 2003.

szacunki dla krajów azjatyckich: 2,3–2,7% dla Hong-Kongu, 1,4–2,7 dla Singapuru, 1,7–2,3% Korea Południowa, 3,5–3,7% Tajwan, Oliver Sichel<sup>17</sup>: 1,16% dla USA w latach 1996–1999, szeroki przegląd stóp postępu technicznego w sensie Hicka dla krajów europejskich zawiera opracowanie Bosworth, Collins<sup>18</sup> oraz Burda<sup>19</sup>.

Porównywalne, dla obu metod estymacji były również wartości współczynników determinacji. W równaniu (4) zmienne objaśniające wyjaśniały zmienną objaśnianą w ponad 78%. Wprowadzając procedurę dywersyfikacji stałej (*fixed effect*) uzyskano wyższe o ok. 16 pkt. procentowych wartości skorygowanych  $R^2$ , które kształtowały się na poziomie prawie 95%.

Analizując wyniki estymacji równań (4) i (5) wewnątrz polskich regionów na poziomie powiatów wyciągnąć można następujące wnioski natury ekonomicznej.

- Wyższymi poziomami elastyczności wydajności pracy w stosunku do technicznego uzbrojenia pracy niż te uzyskane dla całej Polski na poziomie powiatowym (0,55–0,61) cechowały się regiony: kujawsko-pomorski (0,59–0,88), łódzki (0,61–0,95), podlaski (0,63–0,77), świętokrzyski (0,32–0,84) oraz zachodniopomorski (0,57–0,84). W świetle wyników uzyskanych w tabeli 1 oraz znanych z innych opracowań parametry makroekonomicznej funkcji produkcji wydaje się, iż szczególnie górne progi elastyczności w ww. regionach są przeszacowane.
- Najniższe wartości elastyczności wydajności pracy względem kapitału na pracującego uzyskano w województwie lubuskim (0,4–0,47). W pozostałych województwach oszacowane parametry elastyczności były względnie zbliżone do tych uzyskanych dla całej Polski na poziomie powiatów.

---

<sup>15</sup> Hsieh, Chang-Tai, *What Explains the Industrial Revolution in East Asia? Evidence from the Factor Markets*, „American Economic Review” 2002, nr 92(3).

<sup>16</sup> A. Young, *The Tyranny of Numbers: Confronting the Statistical Realities of the East Asian Growth Experience*, NBER Working Papers 4680, 1995.

<sup>17</sup> S. D. Oliver, D. E. Sichel, *The Resurgence of Growth in the Late 1990s: Is Information Technology the Story?*, „Journal of Economic Perspectives” 2002, vol. 14, nr 4.

<sup>18</sup> B. P. Bosworth, S. M. Collins, *The Empirics of Growth: an Update*, „Brookings Papers on Economic Activity” 2003, nr 2.

<sup>19</sup> M. C. Burda, *Modeling Labor Market Dynamics in Eastern Germany*, A Matching Function Approach, INSEAD, Wissenschaftszentrum Berlin and CEPER, March 1993.

Tabela 4.

**Wewnątrzregionalne oszacowania parametrów  
równań (4) i (5) na poziomie powiatów**

A	B		C	D	E	F	G	H
dolnośląskie	1	-53.1583 (0.0001)	0.026085 (0.0001)	0.534653 (0.0000)	0.692715 0.690031	232 -	258.1182 (0.000000)	-
	2	-49.6828 (0.0000)	0.024216 (0.0000)	0.592511 (0.0000)	0.913691 0.900810	232 -	70.92847 (0.000000)	Wrocław
	3	-41.5679 (0.0238)	0.020335 (0.0265)	0.560583 (0.0000)	0.697841 0.694820	203 4	23.14003 (0.000000)	-
	4	-42.0483 (0.0006)	0.020636 (0.0005)	0.834627 (0.0000)	0.927264 0.914577	203 32	5.662821 (0.017328)	Wrocław
kujawsko-pomorskie	1	-47.3475 (0.0002)	0.023242 (0.0002)	0.592770 (0.0000)	0.806914 0.804780	184 -	378.2021 (0.000000)	-
	2	-36.7929 (0.0002)	0.018018 (0.0002)	0.763210 (0.0000)	0.929098 0.918396	184 -	86.81376 (0.000000)	Bydgoszcz
	3	-48.9188 (0.0059)	0.024048 (0.0067)	0.608589 (0.0000)	0.797844 0.795285	161 4	16.68699 (0.000044)	-
	4	-37.3419 (0.0156)	0.018421 (0.0158)	0.889954 (0.0000)	0.930500 0.918235	161 26	11.05817 (0.000883)	Bydgoszcz
lubelskie	1	-58.1608 (0.0000)	0.028668 (0.0000)	0.653760 (0.0000)	0.844301 0.842654	192 -	512.4408 (0.000000)	-
	2	-63.3002 (0.0000)	0.030979 (0.0000)	0.512451 (0.0000)	0.943776 0.935309	192 -	111.4597 (0.000000)	Lublin
	3	-59.1385 (0.0001)	0.029176 (0.0001)	0.666674 (0.0000)	0.831300 0.829255	168 4	14.67655 (0.000128)	-
	4	-44.2493 (0.0022)	0.022462 (0.0016)	1.440370 (0.0001)	0.917715 0.903228	168 27	1.047162 (0.306162)	Lublin

**Tabela 4 (cd.)**

A	B		C	D	E	F	G	H
lubuskie	1	-32.4939 (0.0688)	0.015619 (0.0789)	0.408229 (0.0000)	0.436061 0.425714	112 -	42.14174 (0.000000)	-
	2	-29.4044 (0.0027)	0.013943 (0.0040)	0.468988 (0.0000)	0.898634 0.882796	112 -	56.73784 (0.000000)	Zielona Góra
	3	-27.7645 (0.1669)	0.013315 (0.1830)	0.455991 (0.0000)	0.405798 0.393288	98 4	14.00544 (0.000182)	-
	4	-51.6880 (0.0082)	0.024683 (0.0100)	-0.001406 (0.9959)	0.879556 0.857524	98 17	1.577155 (0.209171)	Zielona Góra
łódzkie	1	-41.1075 (0.0003)	0.020141 (0.0003)	0.605068 (0.0000)	0.860315 0.858837	192 -	582.0243 (0.000000)	-
	2	-26.3783 (0.0087)	0.012816 (0.0098)	0.800131 (0.0000)	0.938038 0.928706	192 -	100.5223 (0.000000)	Łódź
	3	-40.2079 (0.0010)	0.019744 (0.0012)	0.634941 (0.0000)	0.840250 0.838313	168 4	14.93039 (0.000112)	-
	4	-11.2915 (0.6878)	0.005451 (0.6905)	0.957274 (0.0041)	0.929414 0.916987	168 27	9.225383 (0.002387)	Łódź
małopolskie	1	-42.3571 (0.0100)	0.020819 (0.0111)	0.643217 (0.0000)	0.805125 0.802872	176 -	357.3750 (0.000000)	-
	2	-46.3091 (0.0000)	0.022564 (0.0000)	0.585521 (0.0000)	0.953872 0.946892	176 -	136.6587 (0.000000)	Kraków
	3	-49.3127 (0.0006)	0.024300 (0.0007)	0.650955 (0.0000)	0.798185 0.795512	154 4	20.76299 (0.000005)	-
	4	-57.9378 (0.0029)	0.028299 (0.0028)	0.516625 (0.0574)	0.955017 0.947058	154 25	8.361267 (0.003833)	Kraków



A	B		C	D	E	F	G	H
mazowieckie	1	-68.9737 (0.0000)	0.034178 (0.0000)	0.659258 (0.0000)	0.873859 0.873101	336 -	1153.450 (0.000000)	-
	2	-84.2784 (0.0000)	0.041430 (0.0000)	0.466199 (0.0000)	0.966503 0.961570	336 -	195.9339 (0.000000)	Warszawa
	3	-61.7953 (0.0002)	0.030644 (0.0002)	0.686219 (0.0000)	0.872143 0.871265	294 4	23.54337 (0.000001)	-
	4	-143.687 (0.0022)	0.070502 (0.0021)	-0.375925 (0.5710)	0.946174 0.936916	294 45	0.795282 (0.372508)	Warszawa
opolskie	1	-75.6212 (0.0001)	0.037188 (0.0002)	0.540183 (0.0000)	0.744780 0.739291	96 -	135.6957 (0.000000)	-
	2	-80.0899 (0.0000)	0.038969 (0.0000)	0.187402 (0.0060)	0.955532 0.948482	96 -	135.5400 (0.000000)	Opole
	3	-63.3753 (0.0166)	0.031108 (0.0182)	0.574889 (0.0000)	0.737016 0.730522	84 4	11.55042 (0.000677)	-
	4	-80.0015 (0.0002)	0.038039 (0.0002)	-0.587951 (0.6781)	0.917243 0.901874	84 15	0.067915 (0.794397)	Opole
podkarpackie	1	-38.6539 (0.0009)	0.018853 (0.0012)	0.629880 (0.0000)	0.865339 0.863971	200 -	632.9643 (0.000000)	-
	2	-44.7061 (0.0000)	0.021674 (0.0000)	0.502801 (0.0000)	0.967628 0.962763	200 -	198.8902 (0.000000)	Rzeszów
	3	-47.6144 (0.0005)	0.023353 (0.0006)	0.649945 (0.0000)	0.862922 0.861328	175 4	24.35500 (0.000001)	-
	4	-51.5005 (0.0000)	0.024956 (0.0000)	0.418597 (0.0003)	0.967495 0.961785	175 28	3.213458 (0.073035)	Rzeszów

**Tabela 4 (cd.)**

A	B		C	D	E	F	G	H
podlaskie	1	-30.2647 (0.1557)	0.014797 (0.1636)	0.664616 (0.0000)	0.780194 0.776889	136 -	236.0394 (0.000000)	-
	2	-22.5650 (0.1860)	0.010913 (0.1938)	0.767291 (0.0000)	0.936535 0.926772	136 -	95.91933 (0.000000)	Białystok
	3	-50.5988 (0.0206)	0.024875 (0.0222)	0.636267 (0.0000)	0.772968 0.769054	119 4	14.66783 (0.000128)	-
	4	-147.928 (0.0165)	0.071848 (0.0164)	-0.754956 (0.3548)	0.900941 0.883111	119 20	1.091074 (0.296233)	Białystok
pomorskie	1	-22.3203 (0.0609)	0.010794 (0.0689)	0.624913 (0.0000)	0.762760 0.759738	160 -	252.3890 (0.000000)	-
	2	-23.3814 (0.0019)	0.011247 (0.0025)	0.602232 (0.0000)	0.935389 0.925557	160 -	95.13663 (0.000000)	Gdańsk
	3	-4.29309 (0.7657)	0.001844 (0.7963)	0.647109 (0.0000)	0.750798 0.747160	140 4	19.42027 (0.000010)	-
	4	-16.2972 (0.4909)	0.007728 (0.5019)	0.590465 (0.1096)	0.933646 0.921837	140 23	8.140582 (0.004329)	Gdańsk
śląskie	1	-56.5103 (0.0000)	0.027685 (0.0000)	0.543633 (0.0000)	0.601487 0.598691	288 -	215.0797 (0.000000)	-
	2	-58.1329 (0.0000)	0.028401 (0.0000)	0.476412 (0.0000)	0.931637 0.921520	288 -	92.08000 (0.000000)	Katowice
	3	-58.5837 (0.0000)	0.028744 (0.0000)	0.573867 (0.0000)	0.597841 0.594611	252 4	37.02140 (0.000000)	-
	4	-44.1804 (0.0002)	0.021857 (0.0001)	0.923779 (0.0086)	0.920388 0.906623	252 39	1.367575 (0.242229)	Katowice

A	B		C	D	E	F	G	H
świętokrzyskie	1	-62.2043 (0.0102)	0.030833 (0.0107)	0.783890 (0.0000)	0.804244 0.800652	112 -	223.9073 (0.000000)	-
	2	-71.9435 (0.0000)	0.035074 (0.0000)	0.323402 (0.0040)	0.946828 0.938520	112 -	113.9640 (0.000000)	Kielce
	3	-31.6130 (0.2306)	0.015589 (0.2359)	0.795368 (0.0000)	0.806853 0.802787	98 4	17.25815 (0.000033)	-
	4	-45.3600 (0.0247)	0.022358 (0.0214)	0.840605 (0.0414)	0.958330 0.950707	98 17	5.105224 (0.023854)	Kielce
warmińsko-mazurskie	1	-47.4530 (0.0002)	0.023211 (0.0003)	0.534902 (0.0000)	0.698680 0.695027	168 -	191.2950 (0.000000)	-
	2	-39.2514 (0.0000)	0.019252 (0.0000)	0.698162 (0.0000)	0.906090 0.891842	168 -	63.59260 (0.000000)	Olsztyn
	3	-56.2515 (0.0032)	0.027548 (0.0037)	0.494208 (0.0000)	0.681328 0.676902	147 4	19.94110 (0.000008)	-
	4	-42.5579 (0.0043)	0.020782 (0.0044)	0.564401 (0.0038)	0.902813 0.885570	147 24	7.336167 (0.006758)	Olsztyn
wielkopolskie	1	-57.1829 (0.0000)	0.028052 (0.0000)	0.522805 (0.0000)	0.699737 0.697569	280 -	322.7621 (0.000000)	-
	2	-46.4561 (0.0000)	0.022745 (0.0000)	0.683363 (0.0000)	0.927857 0.917169	280 -	86.81393 (0.000000)	Poznań
	3	-55.7971 (0.0010)	0.027354 (0.0012)	0.510516 (0.0000)	0.683663 0.681049	245 4	36.07839 (0.000000)	-
	4	-56.2373 (0.0000)	0.027486 (0.0001)	0.531609 (0.0006)	0.922953 0.909618	245 38	10.80232 (0.001014)	Poznań

**Tabela 4 (cd.)**

A	B		C	D	E	F	G	H
zachodnio-pomorskie	1	-41.6483 (0.0068)	0.020421 (0.0077)	0.566992 (0.0000)	0.681779 0.677921	168 -	176.7534 (0.000000)	-
	2	-37.8026 (0.0002)	0.018379 (0.0003)	0.663422 (0.0000)	0.904866 0.890432	168 -	62.68944 (0.000000)	Szczecin
	3	-43.8856 (0.0043)	0.021602 (0.0047)	0.623937 (0.0000)	0.666213 0.661577	147 4	14.61804 (0.000132)	-
	4	-27.6336 (0.0689)	0.013474 (0.0708)	0.842514 (0.0003)	0.911869 0.896233	147 24	3.410027 (0.064801)	Szczecin

A – Województwo.

B – Stała.

C –  $t$ .D –  $\ln(K/L)$ .E –  $R^2$ Skor.  $R^2$ .

F – obs.

Inst.

G – f-statistic lub

J-statistic\*.

H – Powiat bazowy.

Metody estymacji: 1 – MNK, 2 – MNK z fixed effect, 3 – UMM, 4 – UMM z fixed effect.

W nawiasach podano poziom istotności.

\* f-statistic podano dla oszacowań metodą MNK, natomiast J-statistic prezentowane są w oszacowaniach metodą UMM. W przypadku metody UMM zastosowano następujące instrumenty: stała, zmienna czasowa oraz opóźnione o jeden okres wydajność pracy i techniczne uzbrojenie pracy.

- Ponadto w 9 z 16 województw wyższe wartości elastyczności uzyskano dla tych równań, w których wykorzystano procedurę *fixed effect* i to bez względu na metodę estymacji. Natomiast w województwach: podkarpackim, opolskim, mazowieckim oraz małopolskim otrzymano wyższe wartości elastyczności dla równania (4) niż dla (5). W województwie świętokrzyskim stosując metodę MNK otrzymano ponad dwukrotnie niższą elastyczność estymując parametry z wykorzystaniem procedury dywersyfikacji stałej niż w równaniu w którym takiej procedury nie stosowano. W regionie tym

estymując parametry z wykorzystaniem metody zmiennych instrumentalnych UMM otrzymano odmienny wynik. Poziom elastyczności nie charakteryzował się już tak dużą rozbieżnością a wyższą wartość tego parametru otrzymano w estymacjach w których wykorzystano metodologię *fixed effect*.

- Oszacowane wewnątrzregionalne stopy postępu technicznego w sensie Hicksa na poziomie powiatów były również istotnie zróżnicowane i kształtowały się w przedziale od 1,3%–2,5% w zależności od specyfikacji równania oraz metody estymacji w województwie lubuskim do 3,1%–4,1% w województwie mazowieckim<sup>20</sup>.

## PODSUMOWANIE

Z przedstawione w opracowaniu rozważań płynię kilka następujących wniosków. Po pierwsze, najwyższe oraz wysokie poziomy (4–5 kwintyl) wydajności pracy najczęściej występowały w powiatach województw: śląskim (22 powiaty), mazowieckim (19 powiatów), dolnośląskim (18 powiatów). W tych samych województwach odnotowano także największą ilość powiatów o najwyższym i wysokim technicznym uzbrojeniu pracy: śląskie (28 powiatów), dolnośląskie (20 powiatów) oraz mazowieckie (19 powiatów). Po drugie, najniższe oraz niskie poziomy wydajności pracy (1 i 2 grupa kwintylowa) najczęściej występowały w powiatach województw: lubelskiego (17 powiatów) oraz podkarpackiego i mazowieckiego (16 powiatów). Do tych samych województw najczęściej należały powiaty w których notowano niskie i najniższe poziomy technicznego uzbrojenia pracy odpowiednio: lubelskie (21 powiatów) mazowieckie (20 powiatów) oraz podkarpackie (16 powiatów). Po trzecie, na szczególną uwagę zasługuje województwo mazowieckie, które charakteryzuje się największymi dysproporcjami analizowanych zmiennych, gdyż w regionie tym notowano zarówno dużą liczbę powiatów z wysokim i najwyższym poziomem czy to wydajności pracy czy to technicznego uzbrojenia pracy jak również dużą liczbę powiatów w których notowano niskie oraz najniższe wartości tych zmiennych.

Ponadto zróżnicowane były również wewnątrzregionalne elastyczności wydajności pracy względem technicznego uzbrojenia pracy na poziomie powiatów. Najwyższymi poziomami elastyczności charakteryzowały się powiaty w województwach: łódzkim (0,61–0,95) oraz podlaskim (0,63–0,77). Natomiast

---

<sup>20</sup> W województwach mazowieckim oraz podlaskim otrzymano również istotne statystycznie stopy postępu technicznego w sensie Hicksa na poziomie ok. 7%, jednakże taki wysoki poziom tego parametru mógł wynikać z faktu, iż techniczne uzbrojenie pracy było w tych równaniach nieistotne statystycznie w objaśnianiu wydajności pracy.

najniższym poziomem elastyczności wydajności pracy względem kapitału na pracującego charakteryzowały się powiaty w województwie lubuskim (0,4–0,47).

Przeciętna roczna stopa postępu technicznego w latach 2002–2009 w grupie 379 powiatów wyniosła ok. 2,5% rocznie. Zmienna ta była również istotnie zróżnicowana na poziomie powiatów wewnątrz polskich województw. Najwyższymi przeciętnymi stopami wzrostu łącznej produktywności czynników produkcji cechowały się powiaty województwa mazowieckiego. Najniższe poziomy tej stopy odnotowano wśród powiatów w województwie lubuskim. Przeciętne stopy wzrostu postępu technicznego w powiatach województwa mazowieckiego były prawie dwukrotnie wyższe niż w powiatach województwa lubuskiego.

*Paweł Dykas, Tomasz Misiak*

# **DIVERSIFICATION OF LABOR PRODUCTIVITY IN THE POLISH COUNTIES**

## **Abstract**

The aim of the paper is to analyze the determinants of labor productivity of the Polish counties between 2002 and 2009. The analysis was based on the transformation of the Cobb-Douglas production function. Thanks to this the labor productivity was determined by the technical progress and capital per employer ratio. The parameters of the model were estimated with the use of the Ordinary Least Square (OLS) and Generalized Method of Moment (GMM) techniques. Additionally, the authors described the regional diversification of labor productivity and capital per employer ratio in the Polish counties.